

Esame di Analisi matematica I : esercizi
Corso: OMARI ☐ TIRONI ☐
A.a. 2003-2004, sessione estiva, III appello

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

Si risolvano gli esercizi : 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐

ESERCIZIO N. 1. Si determini e si rappresenti nel piano di Gauss l'insieme dei numeri $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\frac{iz}{z+i}$$

è un numero reale non negativo.

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 2. Si consideri l’insieme di numeri reali

$$E = [-1, 0[\cup \mathbb{Q}^+,$$

dove $\mathbb{Q}^+ = \{r \in \mathbb{Q} : r > 0\}$.

(i) Si determinino :

• $\inf E =$

• $\sup E =$

• l’insieme dei punti di accumulazione di E :

• l’insieme dei punti isolati di E :

• l’insieme dei punti interni di E :

(ii) Si dica se esistono $\min E$ e $\max E$.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si calcoli

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x + 2} - \sqrt{x^2 - x + 1}).$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 4. Si consideri sull'intervallo $[0, +\infty[$ la funzione

$$f(x) = x - 2 \operatorname{arctg} x.$$

(i) Si determinino:

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$
- $f'(x) :$

• i segni di f' :

• la crescita, la decrescenza, gli estremi relativi e assoluti di f :

(ii) Si provi che la funzione f si annulla in un solo punto $x_0 > 0$.

(iii) Si determini, al variare di $t \in \mathbb{R}$, il numero delle soluzioni $x \in [0, +\infty[$ dell'equazione $f(x) = t$.

(iv) Si provi che la funzione f ha un asintoto obliquo e lo si determini.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 5. Si calcoli l’integrale generalizzato

$$\int_0^1 \frac{3^{\sqrt{x}} - \sqrt{x^3}}{\sqrt{x}} dx .$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 6. Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_x^1 \left(\int_t^{t+1} \exp(s^2) ds \right) dt.$$

(i) Si determinino:

- $f'(x)$:

- $f''(x)$:

(ii) Si studi la convessità, la concavità e l'esistenza di punti di flesso di f